FSJES
Ain Chock
FACULTÉ DES SCIENCES JURIDIQUES,
ÉCONOMIQUES ET SOCIALES AIN CHOCK
UNIVERSITÉ HASSAN II DE CASABLANCA
كلية العلوم القانونية والإقتصادية
والإجتماعية عين الشق
جامعة الحسن الثاني بالدار البيضاء

Filière : Sciences économiques et Gestion

Microéconomie II

- **La fonction de coût**
- **La Maximisation du profit et déduction de la fonction d'offre de l'entreprise**

Pr. Adil MSADY

Année universitaire 2018/2019

Section 2 : la fonction de coût

Dans une économie marchande, les entreprises produit pour vendre et pour réaliser du profit, donc les prix de vente ne doivent pas dépasser les prix du marché. De ce fait, l'offre de l'entreprise dépend de son coût de production.

L'objectif principale de toute firme c'est la maximisation de son profit, mais ce dernier dépend de la valeur de son coût. L'entreprise doit donc déterminer les coûts de sa production avant de présenter son offre au marché.

Dans cette section on va s'intéresser à l'analyse des coûts de production, ce qui nécessite une analyse à court et à long terme.

1) **Analyse des coûts à court terme**

1-1) Les coûts de court terme

Le coût de production se devise en trois notions de coût : le coût total (CT), le coût moyen (CM) et le coût marginal (Cm).

A- **<u>Le coût total</u>** est le coût minimum nécessaire pour réaliser différents niveaux de production, il est une fonction des quantités produite. C'est la somme des coût fixe et des coûts variables.

$$\mathbf{CT= F(Q) = CF + CV= CFT + CVT}$$

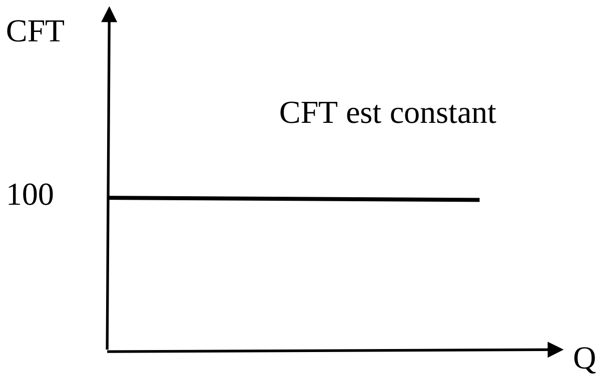
A court terme (une durée généralement inférieure à un an), un ou plusieurs facteurs de production peuvent être d'un montant fixe et ils sont indépendants de niveau de la production (équipement, loyer de fonds de commerce, …), ils s'agissent donc des coûts fixes.

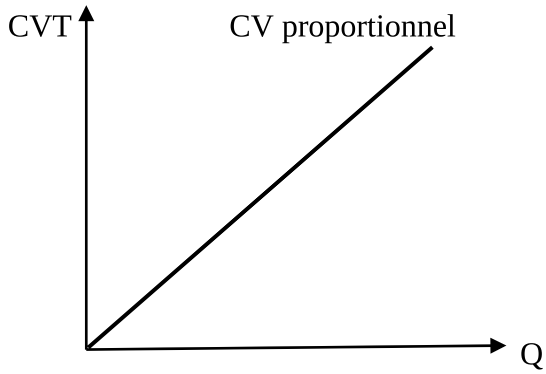
Concernant les coûts variables ils s'opposent aux coûts fixes puisqu'ils dépendent du niveau de production (matières premières, salaires des ouvriers, …), ces couts se subdivisent en coûts variables proportionnels (CVP) et en coûts variables non proportionnels (CVNP). Les premiers concernent les matières premières, l'énergie et les produits semi-finis. Tandis que les seconds concernent surtout les salaires des ouvriers.

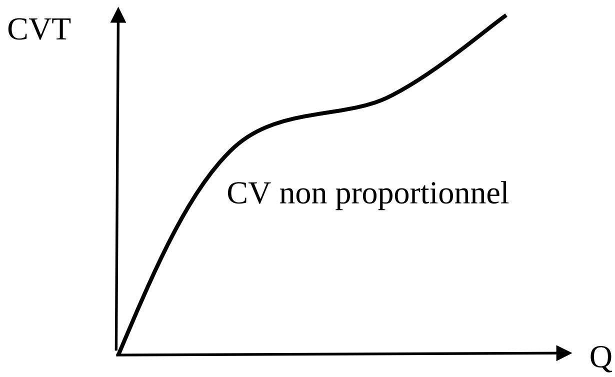
$$\mathbf{CT = F(Q) = CF + CV = CF + CVP + CVNP = CF + F(Q)}$$

Exemple :

Q	**CF**	**CV**	**CT**
0	100	0	100
1	100	20	120
2	100	30	130
3	100	35	135
4	100	50	150

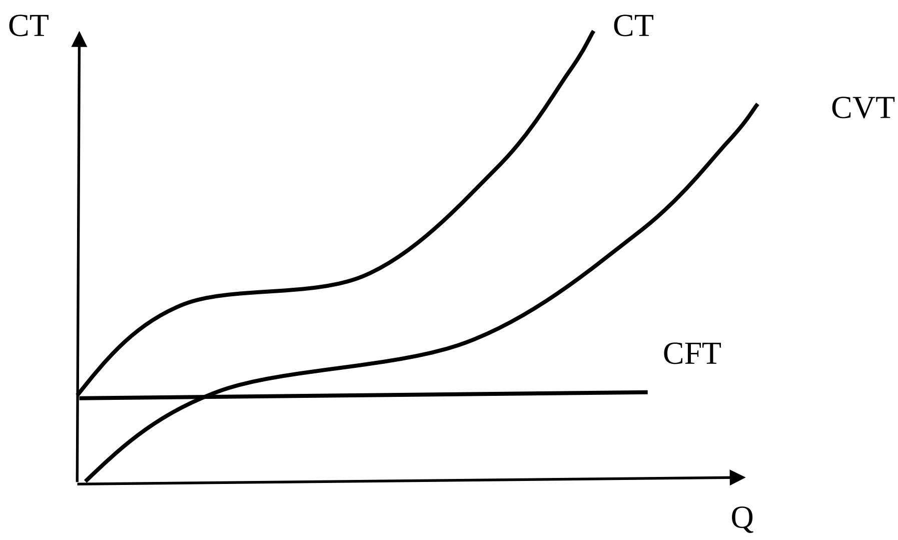






- La courbe des coûts fixes (CFT) est représentée par une droite parallèle à l’axe des abscisses, car à courte période, il n’y a aucun changement sur la structure d’investissement de l’entreprise ;
- Si les coûts variables sont proportionnels avec la quantité produite, le coût variable total (CVT) sera présenté par une droite croissante qui passe de l’origine du repère ;
- Si les coûts variables ne sont pas proportionnels avec la quantité produite, le coût variable total (CVT) sera présenté par une courbe croissante qui passe de l’origine du repère.

La courbe du coût total



B- <u>Le coût moyen</u> : appelé aussi le coût unitaire, il est aussi une fonction des quantités produites. Il décrit l'évolution du coût unitaire. C'est un rapport du coût total sur la quantité (c'est la dépense par unité produite).

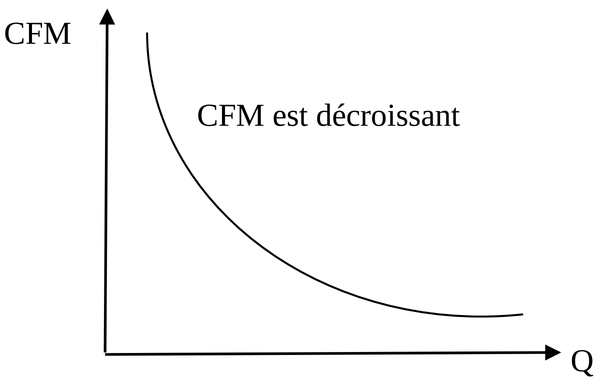
CM = F(Q) = CT / Q

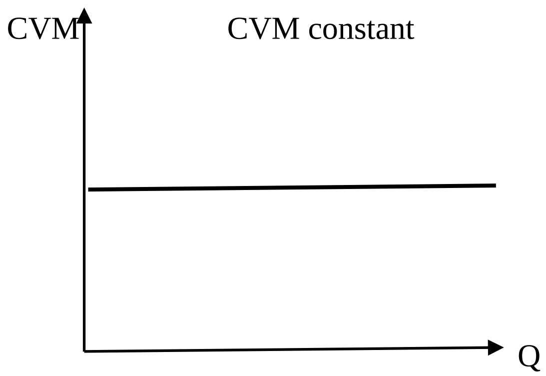
Le coût moyen se compose aussi du coût fixe moyen (CFM) et du coût variable moyen (CVM). L'évolution du coût unitaire se décrit à partir de la relation suivante :

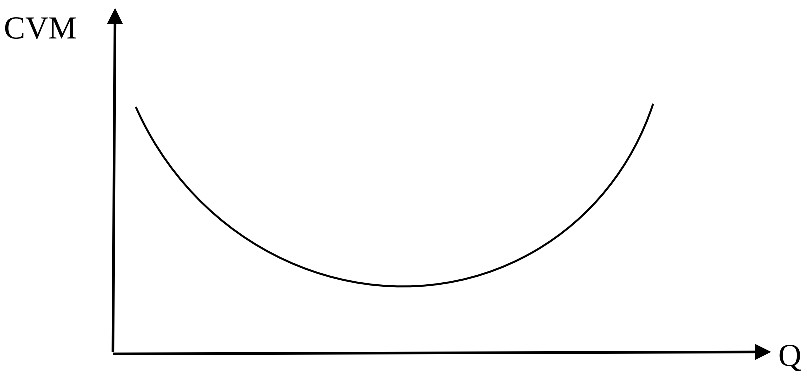
CM = F(Q) = CT/Q = (CF + CV) / Q = CFM + CVM

Exemple :

Q	CF	CV	**CT**	CFM	CVM	**CM**
0	100	0	100	-	-	-
1	100	20	120	100	20	120
2	100	30	130	50	15	65
3	100	35	135	33,33	11,66	45
4	100	50	150	25	12,5	37,5







- L'augmentation du niveau de production engendre une absorption accrue des coûts fixes, par conséquent les coûts fixes moyens (CFM) sont toujours une fonction décroissante de la quantité produite ;
- Si les coûts variables sont proportionnels avec la quantité produite, le coût variable moyen (CVM) sera présenté par une droite horizontale parallèle avec l'axe des abscisses ;
- Si les coûts variables ne sont pas proportionnels avec la quantité produite, le coût variable moyen (CVM) sera présenté par une courbe proche de la forme parabolique ;

<u>La relation entre le coût moyen et la productivité moyenne :</u>

Pour déterminer la relation entre le coût moyen et la productivité moyenne, on suppose qu'un bien est produit dans le court terme avec deux facteurs capital (K) et travail (T) (le facteur capital est fixe), P_K et P_T constituent les prix de ces facteurs.
La fonction du coût total sera donc présentée comme suit :

$$CT = K\,P_K + T\,P_T$$

$$CVM = CV/\,Q = T\,P_T\,/\,Q = P_T\,.\,T/Q = P_T\,.\,1/PM_T$$

$$\mathbf{CVM = P_T\,/\,PM_T}$$

Le coût variable moyen de production est inversement proportionnel à la productivité moyenne de travail, ainsi, si la productivité moyenne augmente, le coût variable moyen diminue et si la productivité moyenne diminue, le coût variable moyen augmente.
Cela justifie l'allure de la courbe du CVM, dans le cas des coûts variables non proportionnels, qui prend la forme parabolique (la courbe diminue jusqu'à un niveau minimum puis elle augmente)

$$CFM = CF/\,Q = K\,P_K\,/\,Q = P_K\,.\,K/Q = P_K\,.\,1/PM_K$$

$$\mathbf{CFM = P_K\,/\,PM_K}$$

Le coût fixe moyen (CFM) se représente par une courbe décroissante, cela peut être justifié de fait que la productivité moyenne du capital (PM_K) est toujours croissante lorsque la quantité produite augmente, car le facteur capital K est supposé fixe à court terme

Par conséquent

$$\mathbf{CM = CVM + CFM = P_T\,/\,PM_T + P_K\,/\,PM_K}$$

Remarque :

Le coût moyen est la somme du coût variable moyen (CVM) et du coût fixe moyen (CFM), et puisque ce dernier est décroissant en fonction de l'augmentation de la quantité produite, l'écart entre le CM et CVM se minimise.

C- <u>Le coût marginal</u>

Le coût marginal (Cm) décrit l'évolution du coût additionnel de production (c'est le coût de production d'une unité supplémentaire), il est égal au rapport de la variation du coût total (ΔCT) sur la variation de la quantité produite (ΔQ)

$$\mathbf{Cm = \Delta CT / \Delta Q}$$

Exemple

Q	CF	CV	**CT**	CFM	CVM	**CM**	**Cm**
0	100	0	100	-	-	-	-
1	100	20	120	100	20	120	20
2	100	30	130	50	15	65	10
3	100	35	135	33,33	11,66	45	5
4	100	50	150	25	12,5	37,5	15

Le Cm représente le coût de la dernière unité produite, de l'unité additionnelle ou marginal. Et si on envisage des variations continues et différentielles de la quantité, le Cm se définit comme étant la dérivée première du CT

$$\mathbf{Cm = dCT / dQ = CT'}$$

D- Relations entre les courbes de coûts

<u>Analyse algébrique :</u>

La courbe du Cm coupe les courbes du CVM et du CM en leur minimum. Cette double intersection peut être démontré soit Cm = CM (variable ou total) soit en calculant la valeur qui annule la dérivée première du CM

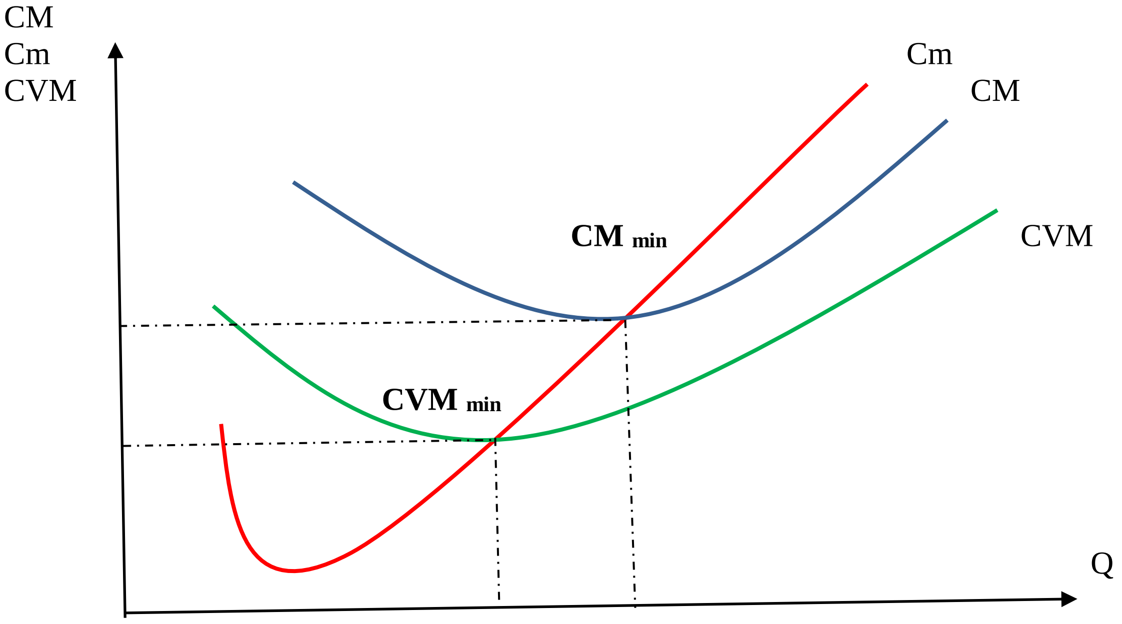
Démonstration :

$$\mathbf{CM = CT / Q}$$

$$\mathbf{CM' = 0 \Leftrightarrow CT'.Q - CT / Q^2 = 0 \Leftrightarrow CT'.Q = CT}$$

$$\mathbf{CT' = CT/Q \Leftrightarrow Cm = CM_{min}}$$

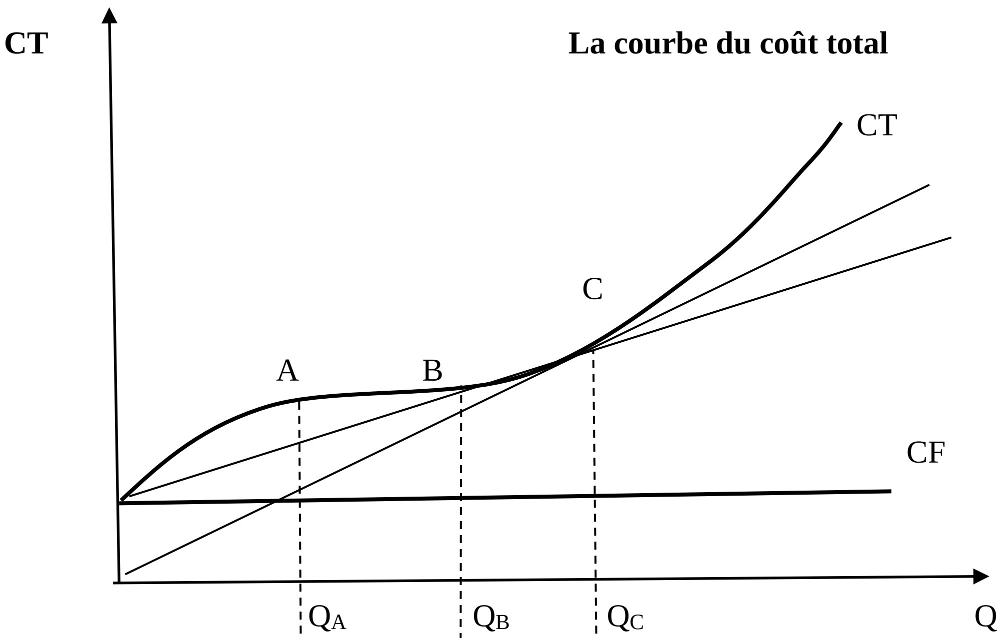
<u>Analyse graphique : relation entre Cm, CM et CVM</u>

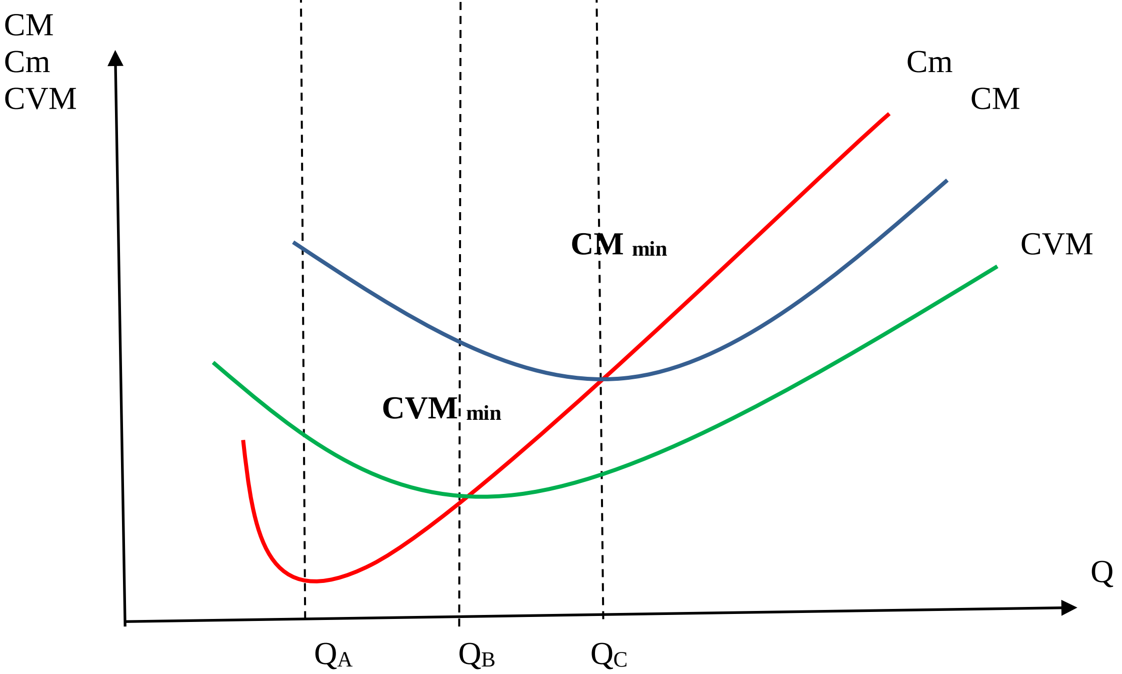


La position relative du CM (CVM) et du Cm s'explique économiquement comme suit :

- Lorsque le Cm est inférieur au CM (Pm > PM), cela signifie que les nouvelles unités produites coûtent moins chers que les unités déjà produites. <u>Donc le producteur a intérêt à continuer à produire puisque la production d'une unité supplémentaire lui fait baisser son coût unitaire de production</u> ;
- Lorsque le Cm devient supérieur au CM (Pm < PM), ça veut dire que les nouvelles unités produites coûtent plus chers que les unités déjà produites. <u>Le producteur dans cette situation et s'il décide de continuer sa production, il perd de plus en plus son profit.</u>

Analyse graphique : relation entre CT , Cm, CM et CVM





A partir de l'analyse de cette représentation graphique on peut constater ce qui suit :

- Les trois points d'inflexions de la courbe du coût total (A, B et C) coïncident respectivement avec le minimum du Cm, CVM, CMT ;
- Les points d'inflexions de la courbe du coût total permettent de détecter plusieurs situations de production :
  - Du début de la production jusqu'au la quantité Qc de production :

⇨ Cette situation se caractérise par une baisse des coûts moyennes (CMT et CVM), donc cette zone est une zone **d'économie d'échelle**, car l'augmentation de la quantité produite permet de baisser les coûts unitaires ;

  - De début de l'activité productive jusqu'à le niveau Q_A de production :

⇨ Cette situation se caractérise par une augmentation de l'efficacité de la production car le Cm marginal diminue jusqu'à son minimum, ce qui signifie que la productivité marginale est croissante. Cela peut être justifié par la maitrise des automatismes de production, donc les machines sont utilisées d'une manière de plus en plus efficace et les ouvriers s'adapte plus avec le processus de production ;

  - Entre le niveau de production Q_A et Q_c :

⇨ On remarque dans cette situation une augmentation du Cm mais toujours au-dessous du CM, ça veut dire que le coût d'unité supplémentaire produite est inférieur au CM, donc l'augmentation de la production est toujours profitable ;

  - A partir de Q_C on peut constater l'augmentation rapide du CT, et l'augmentation aussi du Cm qui dépasse le CM, donc le coût d'une unité supplémentaire est supérieur au coût moyen, ça veut dire que la production devient plus chère. Cela veut dire que le producteur n'a pas intérêt à augmenter la production dans le cas où la taille de l'entreprise est fixe (l'analyse de court terme), cette situation est qualifiée de **déséconomie d'échelle**, car l'augmentation de la production ne permet pas la diminution des coûts, mais au contraire elle engendre une hausse des coûts.

E- Calcul des coûts de production

Pour calculer les coûts de production, on peut travailler sur un tableau statistique ou à partir d'une fonction du CT.

Exercice d'application :

On suppose à court terme une production de deux facteurs K et T, qui produit des quantité Q. avec une $f(K,T) = K^{1/2} T^{1/2}$ avec $CT = 2Q + 10$ et $K=1$

T.A.F

1- Compléter le tableau statistique ci-dessous :

T	**Q**	CF	CV	**CT**	CFM	CVM	**CM**	**Cm**
0								
1								
2								
3								
4								
5								
6								

Solution :

T	**Q**	CF	CV	**CT**	CFM	CVM	**CM**	**Cm**
0	0	10	0	10	-	-	-	-
1	1	10	2	12	10	2	12	2
2	$\sqrt{2}$	10	$2\sqrt{2}$	$10 + 2\sqrt{2}$	$5\sqrt{2}$	2	$2+ 5\sqrt{2}$	2
3	$\sqrt{3}$	10	$2\sqrt{3}$	$10+ 2\sqrt{3}$	$10\sqrt{3}/3$	2	$6+10\sqrt{3}/3$	2
4	2	10	4	14	5	2	7	2
5	$\sqrt{5}$	10	$2\sqrt{5}$	$10 + 2\sqrt{5}$	$2\sqrt{5}$	2	$2+ 2\sqrt{5}$	2
6	$\sqrt{6}$	10	$2\sqrt{6}$	$10 + 2\sqrt{6}$	$5\sqrt{6}/3$	2	$6+ 5\sqrt{6}/3$	2

Exercice d'application :

Sachant que le CT d'une production à deux facteurs capital K et travail T se présente sous forme de la fonction du CT suivante :

$$CT = Q^3 + 8Q^2 + 24Q + 32$$

1-Déterminer les différentes fonctions des coûts de production ;

2-Compléter le tableau ci-dessous ;

Q	CFT	CVT	**CVP**	CVNP	CFM	CVM	**CTM**	**Cm**
0								
1								
2								
3								

Solution :

1) Les différentes fonctions des coûts de production avec $CT = Q^3 + 8Q^2 + 24Q + 32$

$CFT = 32$

$CVT = Q^3 + 8Q^2 + 24Q$

$CVP = 24Q$

$CVNP = Q^3 + 8Q^2$

$CTM = Q^2 + 8Q + 24 + 32/Q$

$CVM= Q^2 + 8Q + 24$

$CFM = 32/ Q$

$Cm = 3Q^2 + 16Q + 24$

2) Le tableau des coûts de production

Q	CFT	CVT	**CVP**	CVNP	CFM	CVM	**CTM**
0	32	0	0	0	-	-	-
1	32	33	24	9	32	33	65
2	32	88	48	40	16	44	60
3	32	171	72	99	10,66	57	67,66

Exercice d'application :

On suppose une entreprise une entreprise avec une fonction de production $Q = K^{1/2} T^{1/2}$ et les prix des inputs $P_K = 1$ et $P_T = 1$. Ses coûts fixes sont CF= 4

T.A.F :

1) Quel est le coût minimum pour produire 16 unités d'output ?

Solution :

1) <u>Le coût minimum pour une production de 16 unités</u>

   On minimise $CT = KP_K + TP_T + CF$

   Sous contrainte $F(K,T) = K^{1/2} T^{1/2}$

   Avec $P_K = P_T = 1$ et $Q=16$ et $CF= 4$

   K=T = 16

   Le coût minimum de cette production est :

   $CT_{min} = 36$

2- Analyse des coûts à long terme

Dans le cadre de l'analyse des coûts à court terme, on suppose que la taille de l'entreprise ou de l'unité de production ne peut pas varier. Mais à long terme la logique de l'analyse est inversée, puisqu'on suppose que la taille de l'installation productive puisse varier.

En effet, à long terme, tous les facteurs de production son variables et spécialement le facteur capital, qui est étroitement lié avec la taille de l'entreprise. L'accroissement de ce facteur permet à l'entreprise d'augmenter sa taille et donc produire à meilleur coût.

2-1 les courbes de coût à long terme :

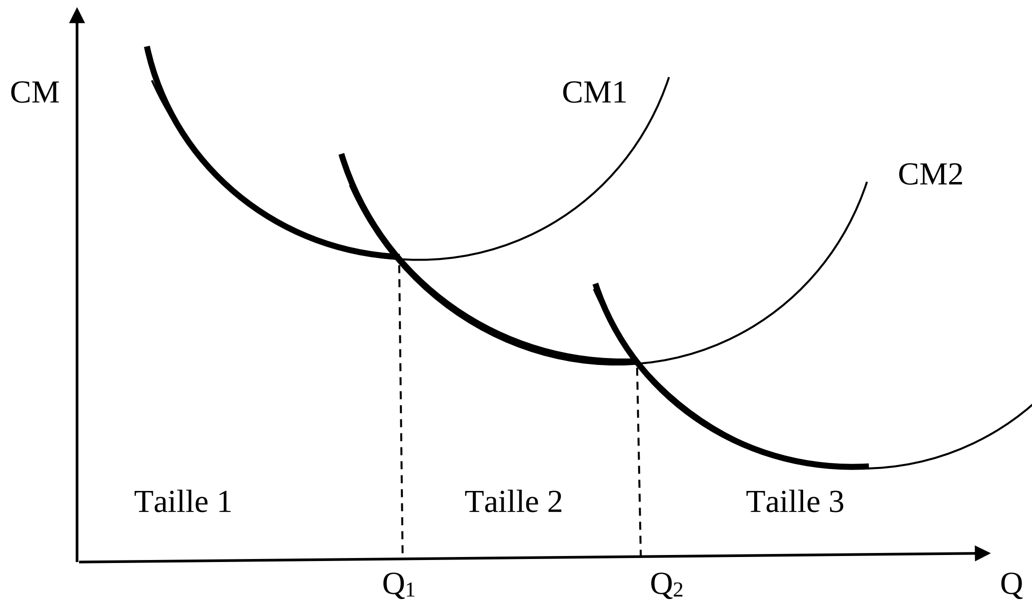
A- La courbe de coût moyen

Pour des raisons pédagogiques et pour facilité la compréhension de cette partie qui concerne l'analyse des coûts à long terme, on va entamer l'analyse de long terme par la courbe du coût moyen.

La courbe de coût moyen à long terme décrit l'évolution du coût unitaire de production lorsqu'on suppose que la taille de l'entreprise peut varier.

On suppose maintenant trois unités de productions de trois taille différentes T1, T2 et T3, qui produit à court terme.

La courbe de CM à court terme pour trois entreprises de taille différentes

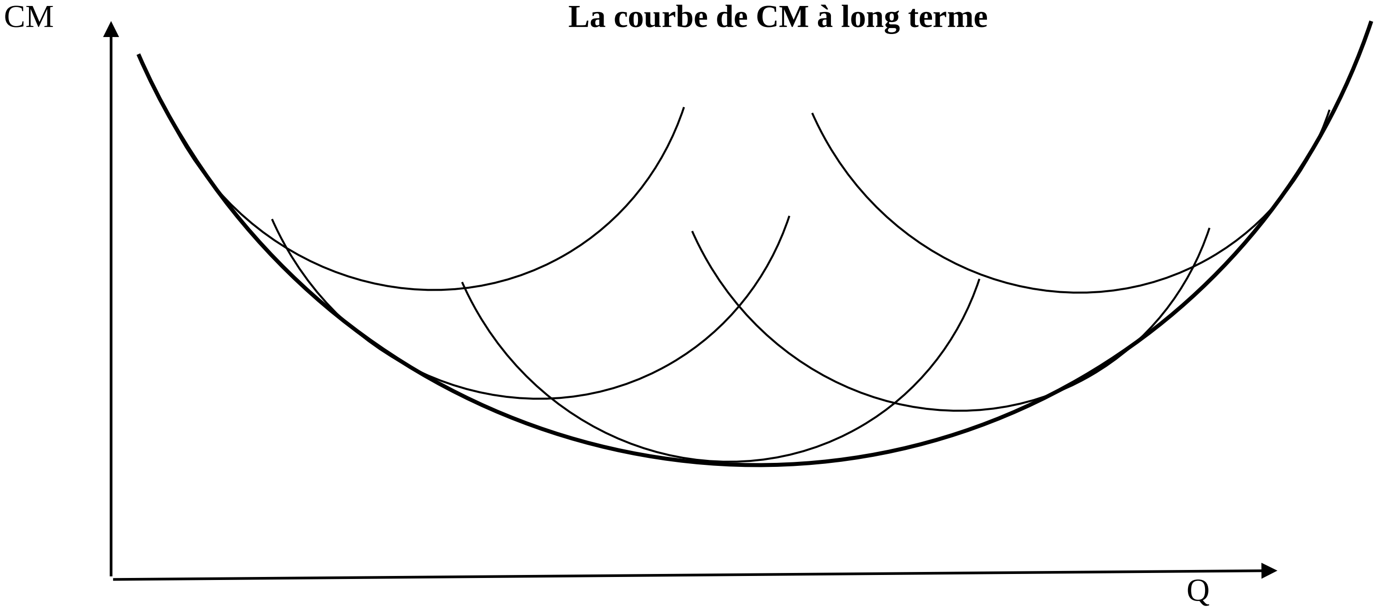


A ce niveau d'analyse on peut dire que si on peut choisir pour chaque niveau de production une entreprise différente, il est profitable de choisir :

- Entre 0 et Q_1 : l'entreprise de taille 1 ;
- Entre Q_1 et Q_2 : l'entreprise de taille 2 ;
- Au-delà de Q_2 : l'entreprise de taille 3.

Maintenant, si on suppose qu'une entreprise est capable d'augmenter sa taille à trois niveaux différents. Chaque taille correspond à une courbe de coût moyen à court terme où on trouve une partie croissante est une autre croissante. La courbe de coût moyen à long terme va être composée de segments de courbes de coût à court terme, correspond à la production au coût unitaire le plus avantageux.

La courbe de CM à long terme



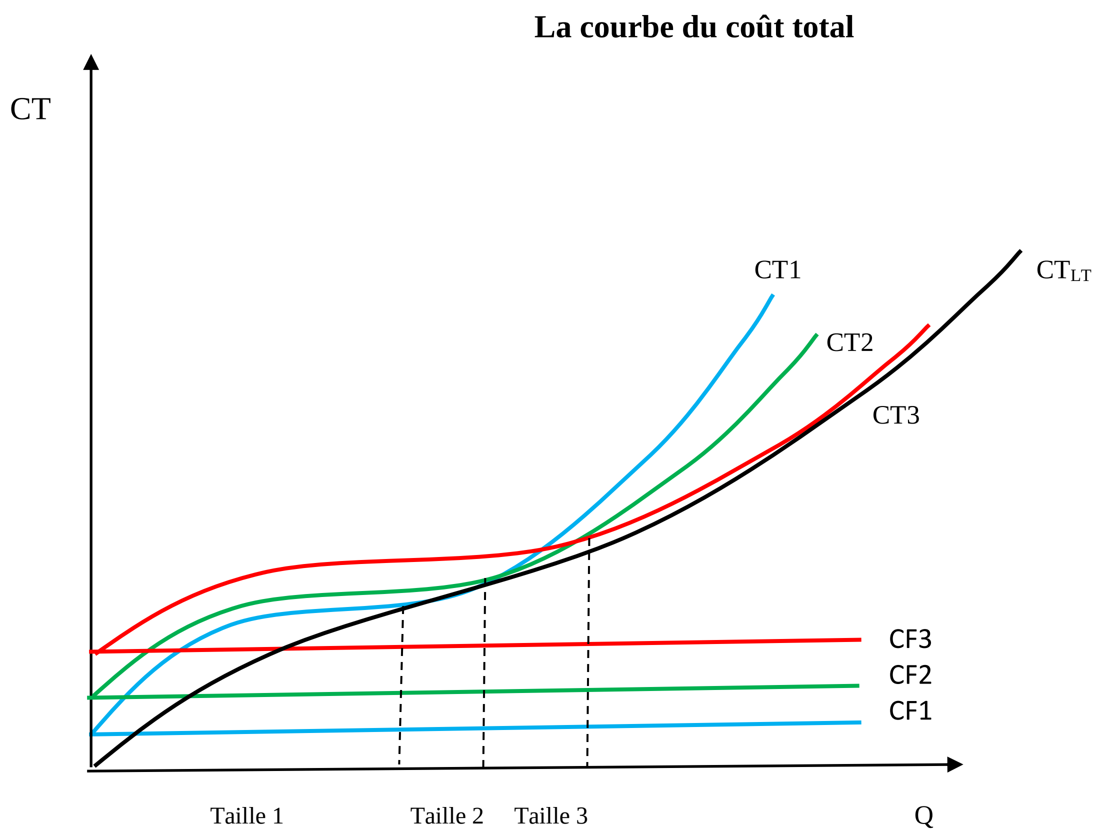
La courbe du coût moyen à long terme est formée d'une succession de points qui représentent le coût le plus faible pour chaque quantité produite. En joignant ces points entre eux, on obtient la courbe du coût moyen à long terme. Cette courbe est donc l'enveloppe des courbes de coût moyen à court terme.

B- La courbe de coût total :

La courbe du coût total à long terme décrit l'évolution de coût total de production en fonction de la quantité produite par une entreprise qui peut varier sa capacité productive (taille de l'unité de production).

L'analyse de cette courbe suit le même raisonnement présenté précédemment dans le cadre de la courbe de coût moyen à long terme, ça veut dire que la courbe du coût total à long terme est une courbe enveloppe de courbe à court terme.

<u>Courbe de coût total à long terme</u>



Avec la même logique d'analyse, et si on suppose que ce graphique présente les courbes du coût moyen à court terme de trois entreprises de tailles différentes, le choix de la trajectoire de la courbe du coût total la plus avantageuse sera la courbe qui se compose de la première partie de la courbe du l'entreprise de taille 1, de la deuxième partie qui correspond à l'entreprise de taille 2 et de la dernière partie qui correspond à l'entreprise de taille 3.

En somme, si une entreprise est capable d'augmenter sa taille de production, la courbe de son coût total à long terme sera l'enveloppe des courbes de coût total à court terme pour les différentes tailles de production.

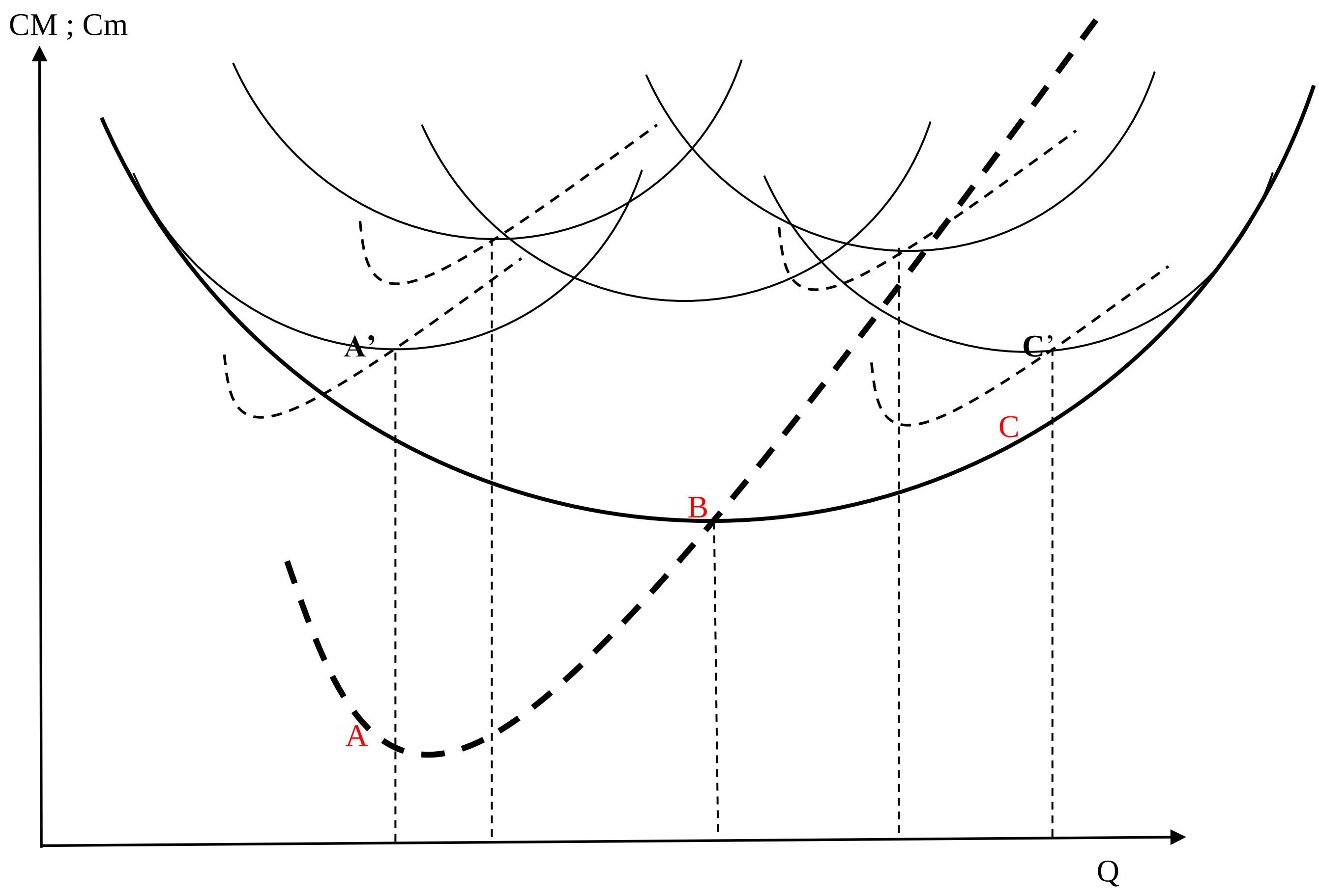
La courbe du coût moyen à long terme est donc, formée d'une succession de points qui représentent le coût total le plus faible.

La courbe de coût marginal :

L'analyse de la courbe de coût marginal à long terme est différente de celle présentée pour la courbe de coût moyen et de coût total.

La courbe de coût marginal à long terme sera construite à partir de la courbe de coût moyen, puisqu'on sait que la courbe de coût marginal coupe la courbe de coût moyen en son minimum (à court terme et à long terme)

La courbe de CM à long terme

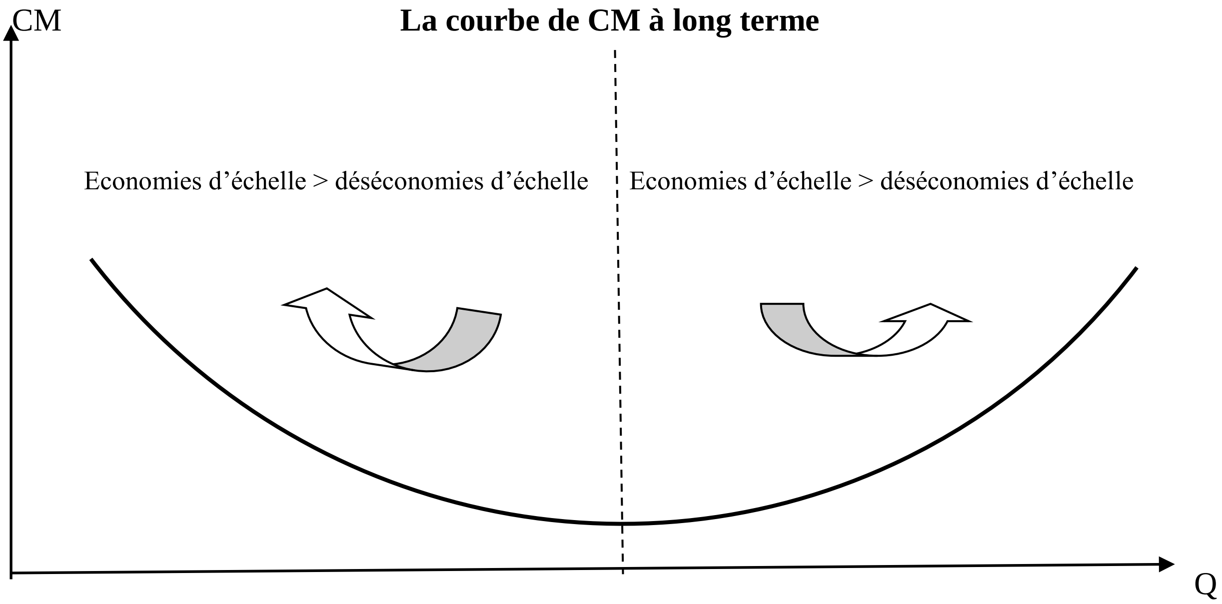


En règle générale, la courbe de coût total à long terme est l'enveloppe des courbes de coût total à court terme, et la courbe de coût moyen à long terme est l'enveloppe des courbes de coût moyen à court terme, tandis que la courbe de coût marginal à long terme n'est pas l'enveloppe des courbes de coût marginal à court terme.

2-2 Economies d'échelle et déséconomie d'échelle :

Pour bien expliquer la signification économique d'économies d'échelle et déséconomies d'échelle, on doit se baser sur la courbe de coût moyen à long terme puisqu'elle dispose d'une allure décroissante jusqu'à un minimum puis croissante, ce qui peut expliquer le jeu entre ces deux concepts.

La courbe de CM à long terme



Les économies d'échelle se sont les gains au niveau des coûts engendré par l'augmentation de la taille de l'entreprise, puisque la quantité produite augmente d'une manière plus proportionnelle que le coût total, cela veut dire que le coût moyen va diminuer.

Cette situation peut être expliquer par l'accumulation de l'expérience et de l'apprentissage au sein de l'entreprise, ce qui se traduit par des gains de productivité qui devient des gains en termes de coût.

Les déséconomies d'échelle se sont les augmentations au niveau des coûts engendré par l'augmentation de la taille de l'entreprise, puisque la quantité produite augmente d'une manière moins proportionnelle que le coût total, cela veut dire que le coût moyen va augmenter.

Cette situation peut être expliquer par les problèmes liés avec l'augmentation de la taille de l'entreprise comme les difficultés de coordination entre les différentes fonctions de productions, ou par les baisses de productivité à cause de la routine due à la spécialisation.

Exercice de synthèse :

Soit la fonction de production d'un bien X de la forme :

$Q_x = 2K^2 - 4KT + 5\,T^2$. L'équation de l'isocoût est : CT= 80K + 40T

T A F

1- Quel est le coût minimum d'une production de 2000 ?

   N.B : il n'y a pas de coûts fixes car le producteur travaille en longue période.

2- Le budget de production augmente et passe à 6000. Déterminer le nouvel output optimal à long terme. Quelle est l'équation du sentier d'expansion ?

3- Quelles sont les équations des coûts total, moyen et marginal ?

Solution :

1- **Le coût minimum avec Qx = 2000**

   Méthode directe : avec le $TMS_{T/K}$ à l'équilibre

   A l'équilibre

   $|TMS_{T/K}| = Pm_T / Pm_K = P_T / P_k$

   T=20 et K=40

   Méthode de lagrange :

   $L = 80K + 40T + \lambda\,((2000 - (2K^2 - 4KT + 5\,T^2))$

   T = 20 et K=40

   Le coût minimum d'une production de 2000 est :

   CT= 4000

2) **Production maximale pour un budget de 6000**

   Méthode directe : avec le $TMS_{T/K}$ à l'équilibre

   A l'équilibre

   $|TMS_{T/K}| = Pm_T / Pm_K = P_T / P_k$

   T=30 et K = 60

   Méthode de lagrange :

   $L = 2K^2 - 4KT + 5\,T^2 + \lambda\,(6000 - 80K - 40T)$

   T = 30 et K=60

   Production maximale pour un budget de 6000

   Q_x = 4500

L'équation du sentier d'expansion

Avant de déterminer l'équation de sentier d'expansion, on doit étudier l'homogénéité de la fonction de production :

$Q(\lambda K,\lambda T) = 2(\lambda K)^2 - 4\lambda K\lambda T + 5(\lambda T)^2$

$Q(\lambda K,\lambda T) = \lambda^2 Q(K,T)$

La fonction de production est homogène de degré 2

L'équation de sentier d'expansion est **K = 2T**

3) **Les équations des coûts total, moyen et marginal**

L'équation du coût total

$\mathbf{CT = 200\,(Q/5)^{1/2}}$

L'équation du coût moyen

$\mathbf{CM = 200\,Q^{-1/2}/\,5^{1/2}}$

L'équation du coût marginal

$\mathbf{Cm = 100\,(Q/5)^{-1/2}}$

Section 3 : Maximisation du profit et déduction de la fonction d'offre de l'entreprise

Après avoir déterminé la combinaison optimale des facteurs de production qui maximise l'output sous la contrainte des coûts ou qui minimise les coûts sous la contrainte de niveau de production, et pour continuer le processus du calcul économique du producteur, on doit se focaliser dans le reste de ce chapitre sur la détermination du niveau optimal d'output qui maximise le profit

1) Maximisation du profit : introduction du prix de l'output

L'objectif de toute activité productive c'est la réalisation du profit, donc l'intérêt de l'entreprise n'est pas dans la maximisation de production mais dans la maximisation du profit.

1-1 Théorème de la maximisation du profit

Pour maximiser le profit, l'entreprise doit utiliser chaque facteur de production jusqu'à ce que sa productivité marginale soit égale à son prix, à son coût marginal. En d'autres termes, l'entreprise maximise son profit tant que le supplément de revenu ou de recette provoqué par l'utilisation d'une unité supplémentaire d'un facteur, excède son coût. Donc l'entreprise doit continuer à produire jusqu'à ce que la recette marginale d'un facteur devienne égale à son coût marginal.

Théorème

Le niveau de production qui maximise le profit de l'entreprise est celui qui correspond à une utilisation des facteurs de production qui permet d'égaliser la productivité marginale en valeur de chaque facteur et sa rémunération.

1-2 Démonstration

Supposons une entreprise qui produit un bien x et qui cherche à maximiser son profit.

Sa fonction de production se présente comme suit : $P=Q= f(K,T)$

La valeur de sa production (recette totale) : $Q \times Px = RT$

Le profit est donc $\Pi = RT - CT$

Avec $CT = K\,P_K + T\,P_T$

On a $\Pi = RT - CT \Leftrightarrow \Pi = Q \times Px - (K\,P_K + T\,P_T)$

Pour maximiser le profit $\Pi' = 0$

<u>Pour le facteur capital K</u>

Donc $\Pi' = dQ/dK \times Px - (dCT/dK) = 0 \Leftrightarrow P_{mK} \times P_x - P_K = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{P_{mK} \times P_x = P_K}$

La productivité marginale en valeur du capital égale au prix du capital

$\boldsymbol{Rm_K = Cm_K}$

Pour le facteur travail T

Donc $\Pi' = dQ/dT \times Px - (dCT/dT) = 0 \Leftrightarrow P_{mT} \times P_x - P_T = 0 \Leftrightarrow$ **$P_{mT} \times P_x = P_T$**

La productivité marginale en valeur du travail égale au prix du travail

$Rm_T = Cm_T$

2- Les conditions de maximisation de profit et déduction de la fonction d'offre

2-1 les conditions de maximisation de profit

Pour maximiser le profit d'unité de production deux conditions doivent se réunir :

- La dérivée première du profit est nulle $\Pi'=0$ (condition nécessaire) ;
- La dérivée seconde du profit est négative $\Pi'' < 0$ (condition suffisante).

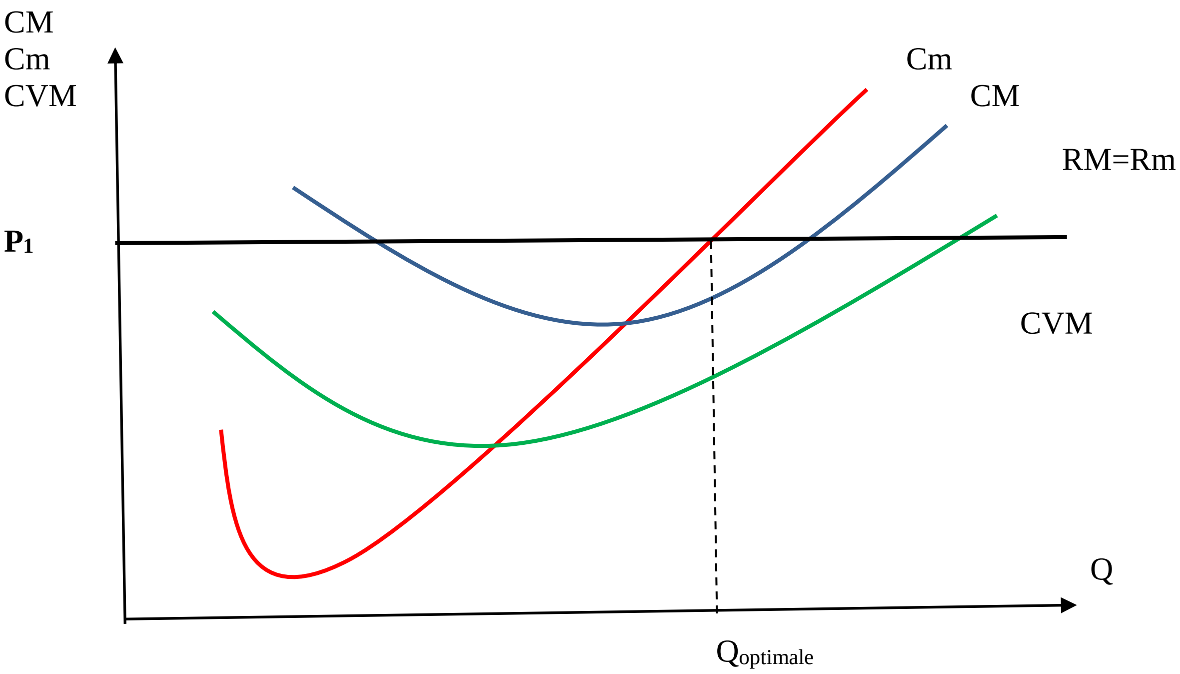
⇨ La condition de premier ordre (la dérivée première du profit est nulle $\Pi'=0$), signifie que l'entreprise pour maximiser son profit doit produire une quantité de biens qui égalise le coût marginal avec la recette marginale (le prix de vente d'une unité de bien produit)

$\Pi = RT - CT$

$\Pi' = Rm - Cm$

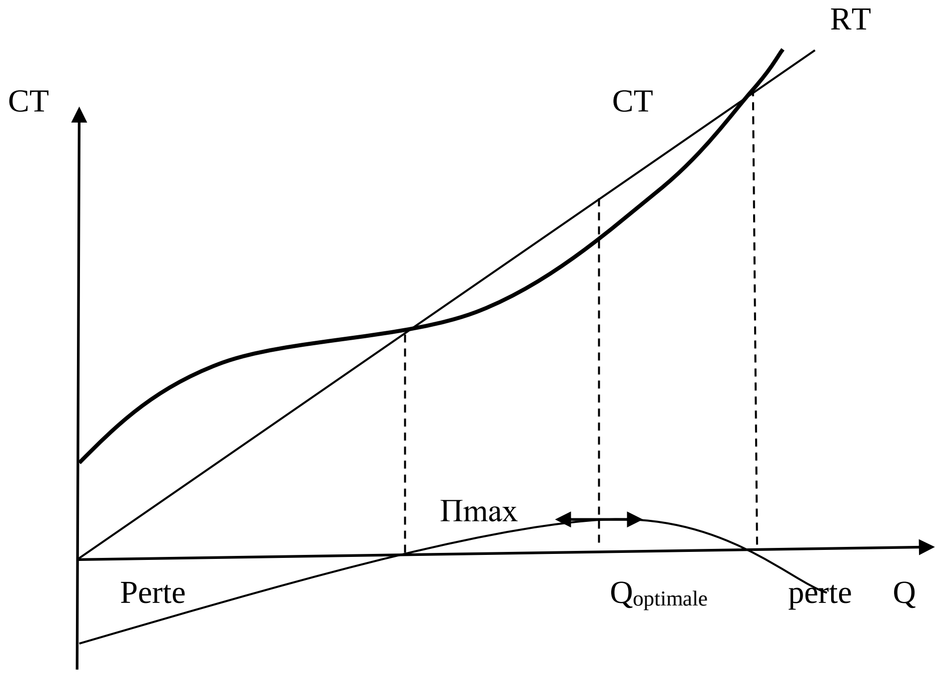
$\Pi' = 0 \Leftrightarrow Rm = Cm$

<u>Maximisation du profit : Rm = Cm</u>



- ⇨ La condition de deuxième ordre (La dérivée seconde du profit est négative $\Pi'' < 0$), signifie que la courbe de Π est concave en un point stationnaire maximum local, ça veut dire que l'entreprise si la condition de deuxième ordre se réalise $\Pi'' < 0$ le profit sera à son maximum.

Maximisation du profit : Π''<0 => Πmax



2-2 Déduction de la fonction d'offre

L'analyse de la fonction d'offre dans cette partie se fait dans les conditions d'un marché en concurrence parfaite. La fonction d'offre, qui donne la quantité de production optimale selon le prix du marché, peut être déduite à partir des conditions de maximisation de profit :

- ⇨ La condition de premier ordre

Π = RT – CT

Π' = Rm – Cm

Π'= 0 ⇔ Rm = Cm

Donc le prix de vente égal au coût de production d'une unité supplémentaire

P= Cm

⇨ La condition de deuxième ordre

$\Pi = RT - CT$

$\Pi' = Rm - Cm$

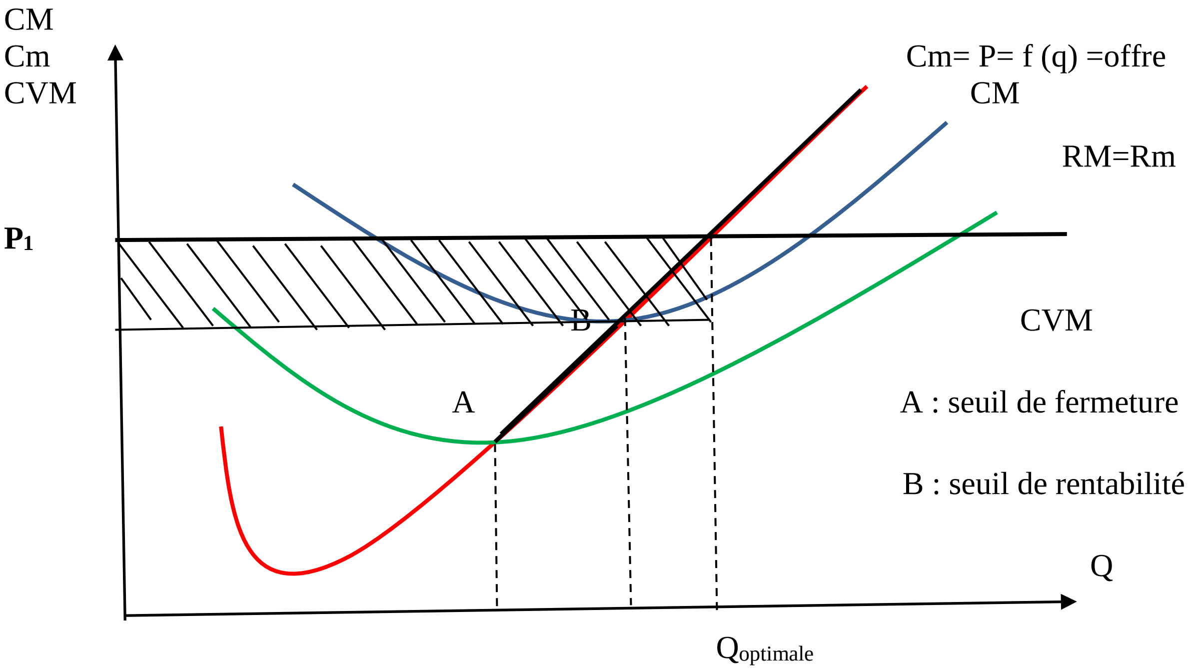
$\Pi'' = Rm' - Cm' < 0$

$Rm = Cte$ donc $Rm'=0$

$\Pi''< 0 \Rightarrow -Cm'< 0 \Rightarrow Cm'> 0$

La production (la fonction d'offre) qui maximise le profit de l'entreprise correspond à la partie croissante de la courbe de Cm puisque sa dérivée est positive

La fonction d'offre



La fonction d'offre à court terme :

En courte période la fonction d'offre se définit, à partir du seuil de fermeture. Car, si l'entreprise arrive à couvrir ses coûts variables et peut être une partie de ses coûts fixes, elle peut continuer à produire en attendant un retournement de la conjoncture économique.

La fonction d'offre à long terme :

En longue période la fonction d'offre se définit à partir de seuil de rentabilité. Car à long terme, l'entreprise est obligée de couvrir à la fois ses coûts fixes et ses coûts variables si non elle risque de disparaitre

2-3 la courbe d'offre : seuil de rentabilité et seuil de fermeture

La courbe d'offre est généralement représentée par la partie croissante de la courbe du coût marginal. Mais le résultat de l'activité de l'entreprise se détermine à partir de la position de prix de marché par rapport aux coûts de production de l'entreprise (CVM et CMT), de ce fait on peut distinguer plusieurs cas de figures :

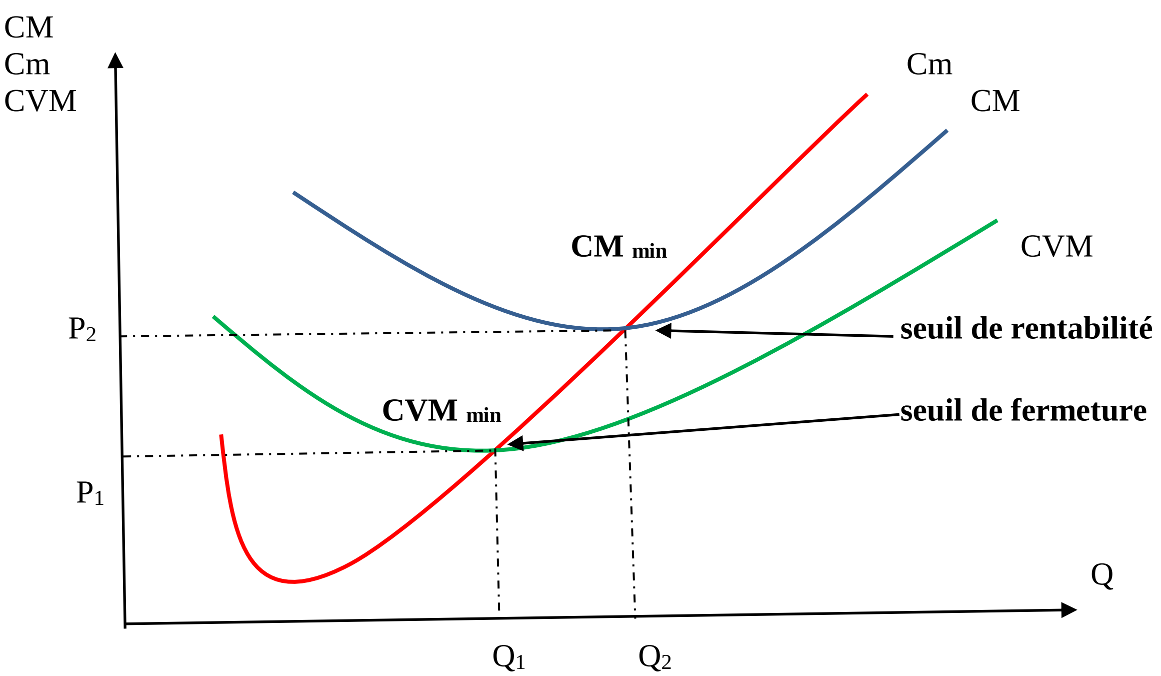
- <u>Prix du marché inférieur au minimum du CVM :</u>

  Dans ce cas l'entreprise ne couvre ni ses coûts fixes ni ses coûts variables, donc la décision de continuer la production est couteuse. L'entreprise a intérêt de cesser la production au lieu de produire avec perte. C'est pour cela que ce cas est qualifié de **seuil de fermeture ;**
- <u>Prix du marché supérieur au minimum du CVM mais inférieur du CMT</u> :

  Dans ce cas l'entreprise couvre ses coûts variables et une partie des coûts fixes. L'entreprise a intérêt de continuer la production à court terme tant que la perte est inférieure au montant des coûts fixes, puisque dans tous les cas elle supporte ces coûts fixes ;
- <u>Prix du marché est égal au minimum du CMT</u> :

  Dans ce cas l'entreprise couvre la totalité de ses coûts fixes et de ses coûts variables. A partir de ce point l'activité productive devient rentable et l'entreprise réalise du profit, c'est pour cela ce point est qualifié de **seuil de rentabilité**

<u>**Seuil de rentabilité et seuil de fermeture**</u>



Exercice de synthèse

Un entrepreneur produit un bien x selon la fonction de production suivante $P = 2\ K^{0,5}T^{0,5}$, l'équation de l'isocoût est $CT = 4K + 9T$

T.A.F :

1) Déterminer la combinaison factorielle efficiente nécessaire à la production de 100 unités ;

2) Après le calcul des quantités techniquement efficaces des facteurs, l'entrepreneur constate qu'il ne peut pas financer la dépense correspondant à la production de 100 unités, car son budget est limité à 504, calculer pour ce budget la combinaison factorielle optimale et la production maximale correspondante ;

3) Dans ces conditions de production, calculer le profit réaliser par cette entreprise si le prix de vente du bien x est fixé à 10 dhs l'unité ;

4) Déterminer quand le producteur doit cesser de produire ;

Solution :

1) la combinaison factorielle efficiente nécessaire à la production de 100 unités

<u>Méthode de Lagrange :</u>

$L = 4K + 9T + \lambda\ (100 - 2\ K^{0,5}T^{0,5})$

T = 100/3 = 33,33 et K= 75

2) la combinaison factorielle optimale et la production maximale pour un budget de 504 :

<u>Méthode de Lagrange :</u>

$L = 2\ K^{0,5}T^{0,5} + \lambda\ (504 - 4K - 9T)$

T = 28 et K= 63

<u>La production maximale</u>

Pmax = 84

3) Le profit réaliser par cette entreprise si le prix de vente du bien x est fixé à 10 dhs l'unité et avec un budget de 504 et une production maximale de 84 unités :

<u>Méthode comptable :</u>

Profit totale = RT – CT

$\Pi_T = 336$

<u>Méthode marginale :</u>

Les étapes de calcul :

- Calcul de profit marginal de chaque facteur ;
- Calcul de profit total de chaque facteur ;
- Calcul de profit total

Calcul de profit marginal de chaque facteur :

Productivité marginale physique du travail :

Pm_T = **1,5**

Productivité marginale en valeur travail

Pm_{VT} = **15**

Profit marginal du travail

Πm_T = **6 dhs**

Profit total du travail

Π_T = 168 dhs

Productivité marginale du capital :

Pm_K = **0,666**

Productivité marginale en valeur capital

Pm_{VK} = **6,66**

Profit marginal du capital

Πm_T = **2,66 dhs**

Profit total du travail

Π_K = 168 dhs

Le profit global des facteurs = 336

4) Le producteur doit cesser de produire, lorsque l'utilisation rationnelle des facteurs atteint sa limite :

   La limite d'utilisation du facteur travail

   On sait que : **P_{mT} x P_x = P_T**

   Le prix limite est 6 dhs

   La limite d'utilisation du facteur capital

   On sait que : **P_{mK} x P_x = P_K**

   Le prix limite est 6 dhs

   Donc si le prix de vente de biens x est inférieur à 6 dhs, le producteur doit cesser immédiatement la production, car s'il continu à produire les recettes ne vont pas couvrir les coûts des facteurs de production, ça veut dire que le résultat de l'activité de l'entreprise sera négatif.

Exercice de synthèse :

Soit une firme dont la fonction de production pour le bien x est $Q_x = 10\ T^a\ K^b$, Qx étant l'output, T le travail et K le capital. On sait que l'élasticité par rapport à T est de 0,25 et que l'output est multiplié par 8 quand les quantités d'inputs sont multiplié par 16.

T.A.F

1) A) Déterminer la fonction de production ;

1) B) Déduire la nature de rendement d'échelle.

2) Avec un budget de production de 300 000 dhs et un prix de vente de l'output égal à Px = 40 dhs :

A) Déterminer la combinaison optimale des facteurs de production sachant que les prix des facteurs sont $P_K = 20$ et $P_T = 10$;

B) Calculer le profit de cette entreprise.

3) Vérifier que les facteurs de production sont rémunérés à leurs productivités marginales.

Solution :

1) **A) La fonction de production : calcul des exposants a et b :**

<u>Valeur de a :</u>

$e_{q/t} = dQ/\ dT \times T/Q$

a = 1/4

<u>Valeur de b :</u>

$8\ Q = 10 \times (16\ T)^{1/4}\ (16\ K)^b$

b = 1/2

Donc la fonction de production est :

$\mathbf{Q_x = 10\ T^{1/4}\ K^{1/2}}$

1) B) la nature de rendement d'échelle.

On a $\mathbf{8\ Q = 16^{3/4}\ Q}$

La fonction de production est homogène de degré 1

Le rendement d'échelle est constant

2) **A) la combinaison optimale des facteurs de production avec un budget de production de 300 000 dhs et un prix de vente de l'output égal à Px = 40 dhs :**

<u>Méthode de $TMS_{T/K}$</u>

$|TMS_{T/K}| = Pm_T/\ Pm_K = P_T\ /\ P_K$

|K=T= 10000

2) **B) le profit de cette entreprise.**

Π = RT – CT

Π = 100000

3) les facteurs de production sont-ils rémunérés à leurs productivités marginales ?

<u>Pour le facteur capital</u>

$Pm_K \, . \, P_x = P_K$

Donc

$Pm_K \, . \, P_x = 20 = P_K$

Le facteur capital est rémunéré à sa productivité marginale

<u>Pour le facteur travail</u>

$Pm_T \, . \, P_x = P_T$

Donc

$Pm_T \, . \, P_x = 10 = P_T$

Le facteur travail est rémunéré à sa productivité marginale